Die Kostenfunktion auf Grundlage einer Produktionsfunktion vom Typ B (nach Gutenberg)

1 Grundlegende Unterschiede zur Kostenfunktion nach dem Ertragsgesetz (Typ A)

- Es besteht keine direkte Abhängigkeit zwischen bewerteten Faktoreinsatzmengen (und damit der Kosten) und der Ausbringungsmenge.
- **Zwischen den Produktionsfaktoren bestehen limitationale Beziehungen.**
- Die Faktorverbrauchsmengen sind nur mittelbar über die technischen Eigenheiten der Betriebsmittel und den Arbeitseinsatz von der Ausbringungsmenge abhängig.
- **Für den Faktorverbrauch ist also nicht die Ausbringungsmenge verantwortlich, sondern die technischen Eigenschaften der Betriebsmittel.**

2 Ableitung der Verbrauchsfunktionen

Intensität (λ) = Ausbringungsmenge je Zeiteinheit (z.B.: Produktion von 20 m Kunststoffschlauch in einer Stunde)

Def.: **Eine Verbrauchsfunktion gibt die funktionale Abhängigkeit der Verbrauchs-menge einer bestimmten Faktorart für eine Ausbringungseinheit von der technischen Leistung (Intensität) eines Betriebsmittels an.**

Der mengenmäßige Verbrauch von Produktionsfaktoren ist also abhängig von der Intensität, mit der eine Anlage betrieben wird.

Stellen Sie die allgemeine Formel für die Berechnung der Intensität auf.

Intensität (λ) = ; $\lambda_{Min} \leq \lambda \leq \lambda_{Max}$

X = Ausbringungsmenge, T = Zeiteinheit

Bsp.: X = 80 Produktionseinheiten, T = 8 Stunden Arbeitszeit ***Ermitteln Sie die Intensität.***

Die Variation der Intensität ist **stufenweise** oder **stufenlos** zwischen einer Minimalintensität (λ_{Min}) und einer Maximalintensität (λ_{Max}) denkbar.

Allgemeine Verbrauchsfunktion

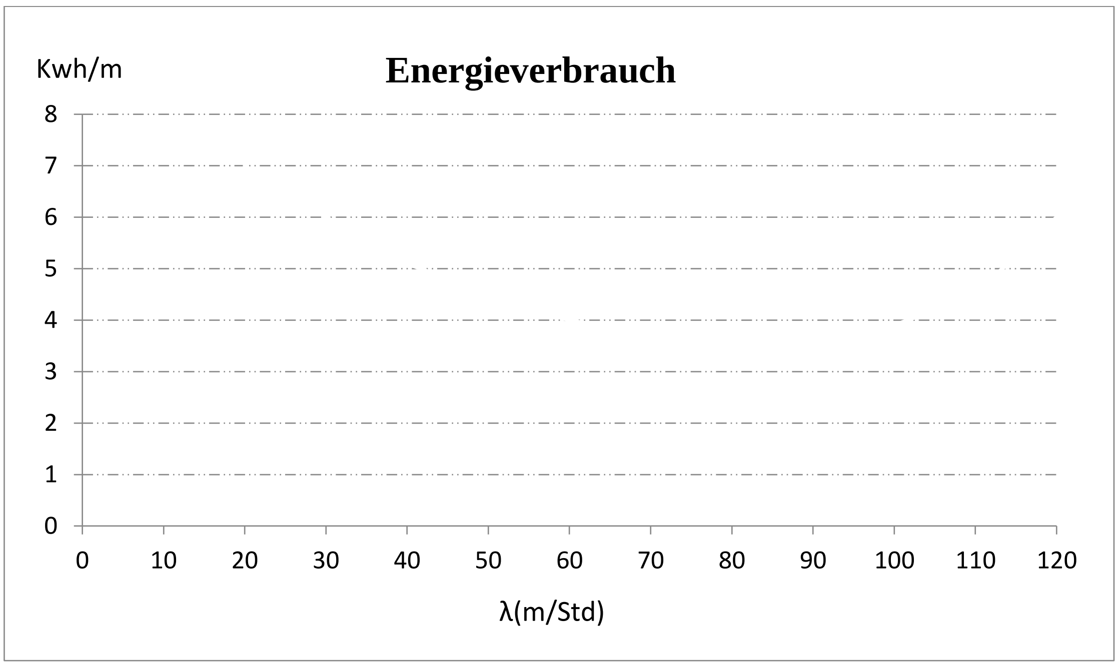
$$\frac{Verbrauch\ eines\ Produktionsfaktors}{Ausbringungseinheit} = \frac{r_i}{X} = f(\lambda)$$

Der Verbrauch von Faktoren ist abhängig von der Intensität, mit der eine Anlage betrieben wird.

2.1 Energieverbrauch

Ermitteln Sie den Energieverbrauch für die Produktion von einem Meter Kunststoff-schlauch bei den unterschiedlichen Intensitäten und zeichnen Sie die Verbrauchsfunktion.

λ (m/Std)	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Kwh	140	180	204	225	240	259	288	333	390	495	720
r_i/x (Kwh/m)											

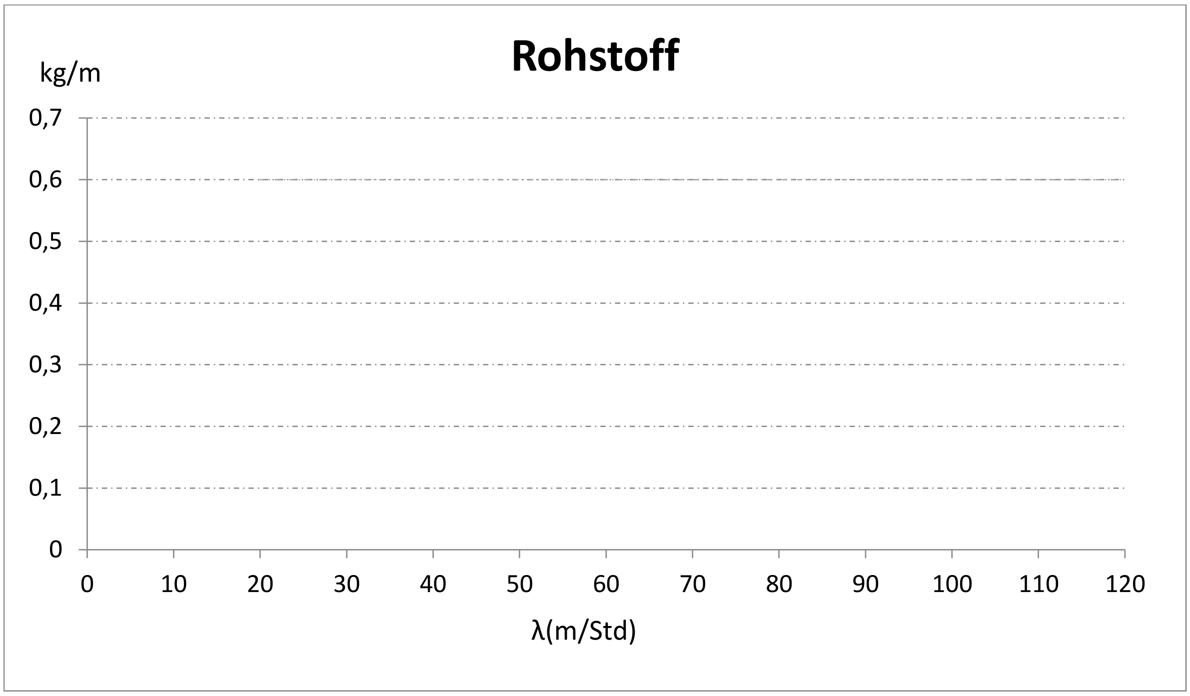


Dieser Verlauf einer Verbrauchsfunktion ist typisch für den Verbrauch von

____

2.2 Rohstoffverbrauch

Zeichnen Sie die Funktion für den Rohstoffverbrauch wenn je Meter Kunststoffschlauch 600 g (0,6 kg) des Rohstoffs benötigt werden.



Dieser Verlauf einer Verbrauschfunktion ist typisch für den

____

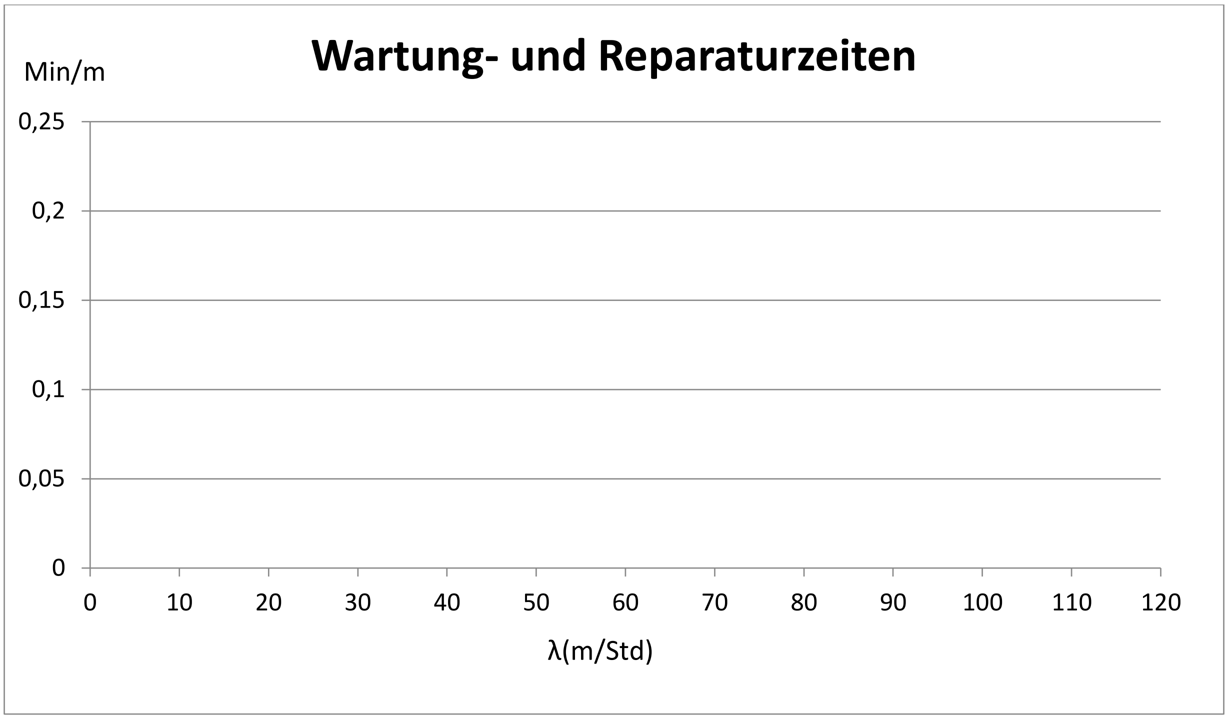
____

2.3 Wartungs- und Reparaturzeiten

Wartungs- und Reparaturzeiten sind in der industriellen Fertigung ein bedeutender Kostenfaktor. Häufig steigt der Zeitverbrauch für Wartung und Reparatur bei hohen Intensitäten stark an.

Die Erfahrungen aus der Vergangenheit zeigen den folgenden Zeitaufwand für Wartung und Reparatur bei der Produktion von Kunststoffschlauch.
0,10 Minuten für $20 \leq \lambda \leq 90$
0,11 Minuten für $\lambda = 100$
0,14 Minuten für $\lambda = 110$
0,20 Minuten für $\lambda = 120$

Zeichnen Sie die Funktion für den Bedarf an Wartungs- und Reparaturzeiten.

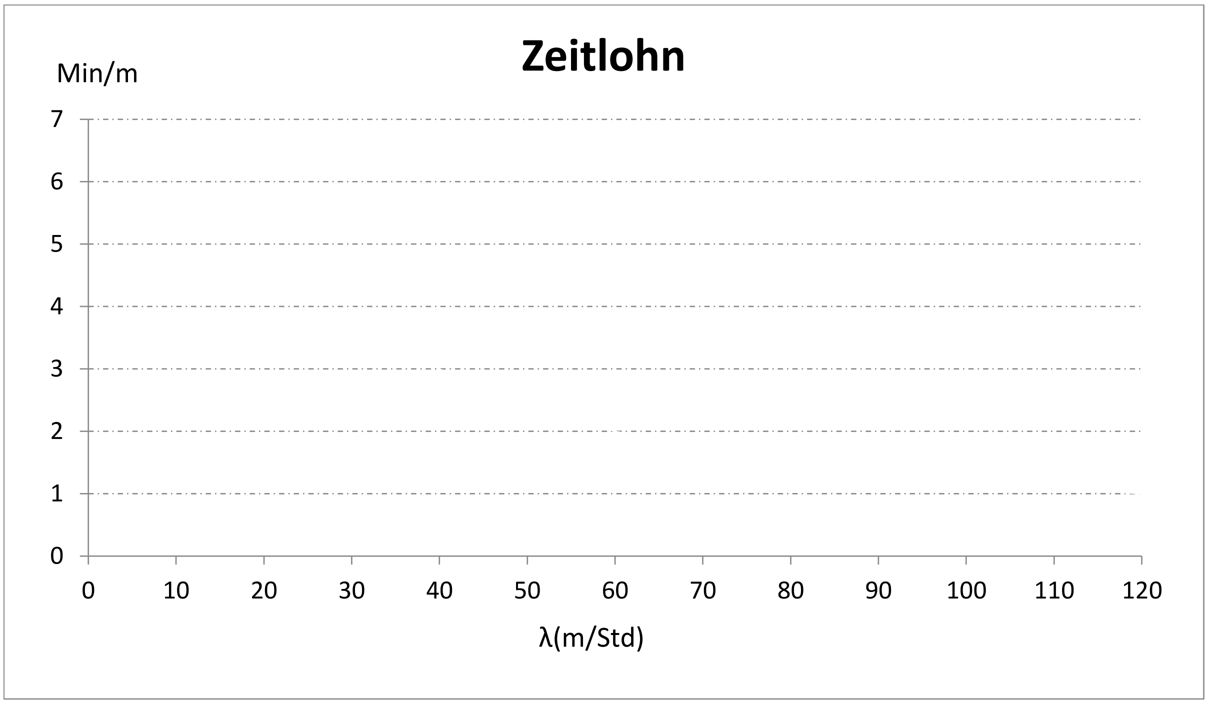


2.4 Zeitlohn

An dem Extruder sind zwei Arbeiter beschäftigt. Bei der auf den produzierten Meter Schlauch anzurechnenden Zeit muss berücksichtigt werden, dass die Arbeitszeit von beiden Arbeitern bei der Kostenermittlung zu berücksichtigen ist. Der korrekte Zeitverbrauch je Meter Schlauch wird ermittelt, wenn die Zeitstunde mit der Anzahl der Arbeitskräfte multipliziert und durch die wählbaren Intensitäten dividiert wird.

Ermitteln Sie die anzurechnende Zeit je Meter Kunststoffschlauch und zeichnen Sie die Verbrauchsfunktion für den Zeitlohn.

λ (m/Std)	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Min/Std											
r_i/x (Min/m)											



Dieser Verlauf einer Verbrauchsfunktion ist typisch für den Verbrauch an

____

3 Ableitung der Faktoreinsatzfunktion

Der Produktionskoeffizient

Def.: **Der Produktionskoeffizient (v_i) drückt aus, welche Menge an Produktionsfaktoren zur Herstellung einer Mengeneinheit des Endproduktes benötigt werden.**

$$\boxed{\frac{r_i}{X} = v_i = f_i(\lambda)}$$

r_i = Gesamtverbrauch eines Produktionsfaktors

λ = Intensität (Mengeneinheit pro Zeiteinheit)

Bsp.: r_i = 240 Kwh/Stunde, λ = 60 m/Std **_Ermitteln Sie den Produktionskoeffizienten._**

____

____

____

Die Faktoreinsatzfunktion

Nach Multiplikation des Produktionskoeffizienten mit der Ausbringungsmenge ergibt sich die Faktoreinsatzfunktion.

$$\boxed{r_i = v_i * X \qquad bzw.\, r_i = v_i(\lambda) * X}$$

Def.: **Die Faktoreinsatzfunktion zeigt den Faktorverbrauch in Abhängigkeit von der Intensität und der Ausbringungsmenge.**

Die Anzahl der Faktoreinsatzfunktionen entspricht der Anzahl der wählbaren Intensitäten multipliziert mit der Anzahl der eingesetzten Produktionsfaktoren.

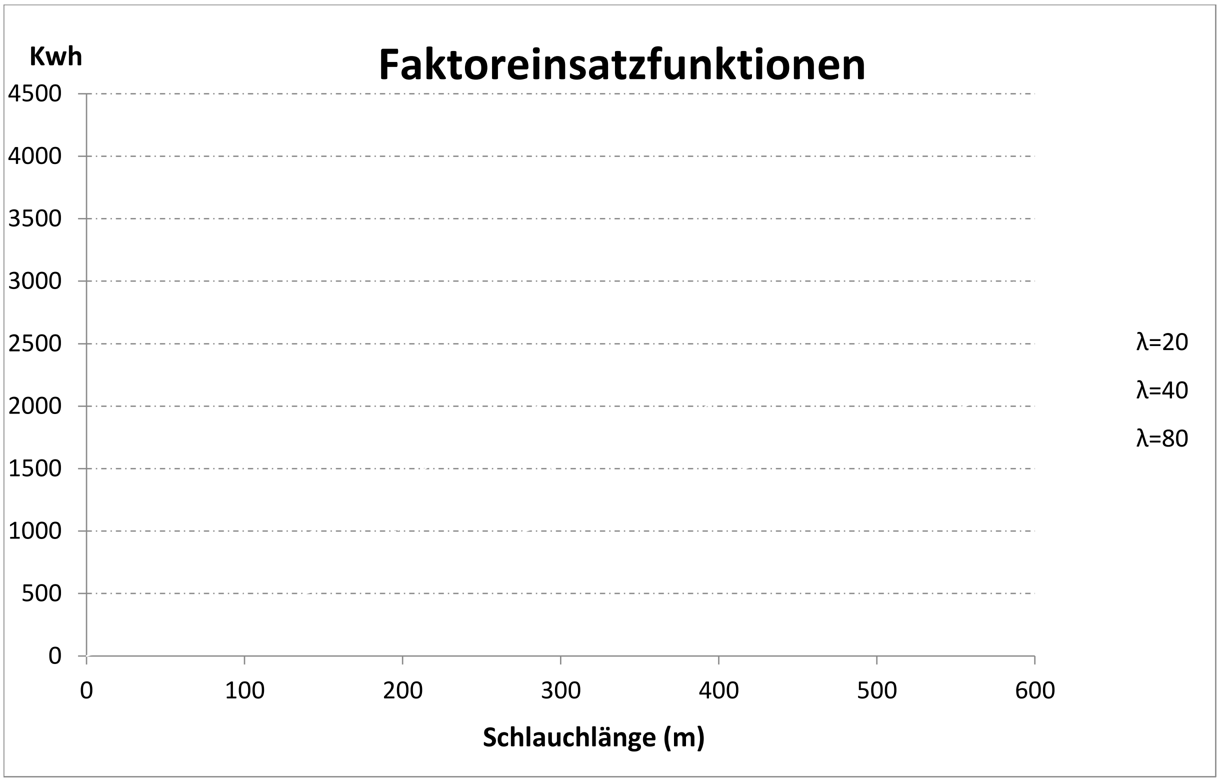
Bsp.: ***Wie viele Faktoreinsatzfunktionen existieren im dargestellten Beispiel (Produktion von Kunststoffschlauch)?***

____

____

Bsp.: ***Ermitteln Sie den Energieverbrauch bei der Produktion von 600 m Schlauch bei den Intensitäten 20, 40 und 80 und zeichnen Sie die Faktoreinsatzfunktionen.***
Hinweis: Entnehmen Sie den Produktionskoeffizienten den bisher berechneten Ergebnissen.

Intensität(λ)	**Produktions-koeffizient (v_i)**	**Schlauchlänge(m)**	**Energie-verbrauch (Kwh)**
20			
40			
80			



Analog können für die anderen Produktionsfaktoren (Rohstoff, Wartungs- und Reparaturzeit, Lohn) die Faktoreinsatzfunktionen ermittelt werden.

Bsp.: ***Ermitteln Sie bei einer Intensität von 30 und einer Ausbringungsmenge von 600 m den jeweiligen Faktoreinsatz***.

Produktions-faktor (r)	Intensität(λ)	Produktions-koeffizient (v_i)	Schlauchlänge(m)	Verbrauch (Kwh, kg, Min)
Energie	30			
Rohstoff	30			
Wartung	30			
Arbeitszeit	30			

Die Variation von einem, zwei oder drei Faktoren ändert die Ausbringungsmenge nicht!
Wenn auch die die Einsatzmenge eines Faktors konstant bleibt, kann die Ausbringungsmenge nicht variieren.
(z.B.: Wenn der Rohstoffeinsatz erhöht wird, kann sich die Ausbringungsmenge nicht ändern,

wenn der Einsatz der anderen Faktoren konstant bleibt. Die zusätzlichen Rohstoffe können nicht verarbeitet werden.)

Bei einer einmal gewählten Intensität ist eine bestimmte Ausbringungsmenge nur mit jenen Faktormengen realisierbar, die durch die Faktoreinsatzfunktion bzw. Verbrauchsfunktionen vorgegeben werden.

Limitationale Faktoreinsatzmengen

4 Die monetären Verbrauchsfunktionen

Nach Multiplikation der Produktionskoeffizienten (v_i) mit den Faktorpreisen erhält man die **monetären Verbrauchsfunktionen** der eingesetzten Produktionsfaktoren. Addiert ergeben diese die **aggregierte monetäre Verbrauchsfunktion** damit die variablen Stückkosten bei unterschiedlichen Intensitäten.

Die Faktorpreise bei der Produktion von Kunststoffschlauch betragen:

Energie	-	0,08 €/Kwh
Rohstoff	-	1,40 €/kg
Wartungskosten	-	60,00 €/Stunde
Zeitlohn	-	12,00 €/Stunde

Monetäre Verbrauchsfunktionen

$$\boxed{v_i * p_i = k_i}$$

p_i = Faktorpreis
k_i = Stückkosten

Aggregierte Monetäre Verbrauchsfunktion

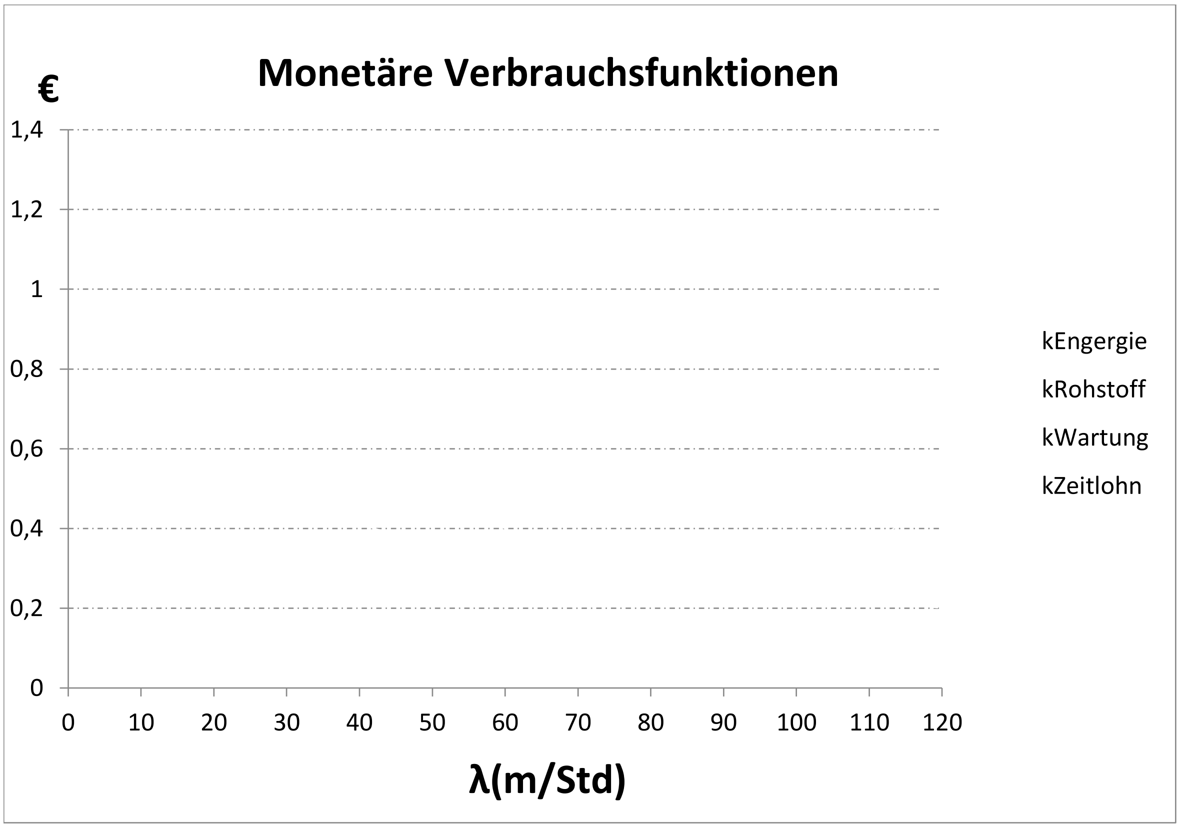
$$\boxed{\frac{\sum_{i=1}^{n} r_i * p_i}{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_i}{x} = \sum_{i=1}^{n} k_i = \frac{K_v}{x} = k_v = \mathrm{f}(\lambda)}$$

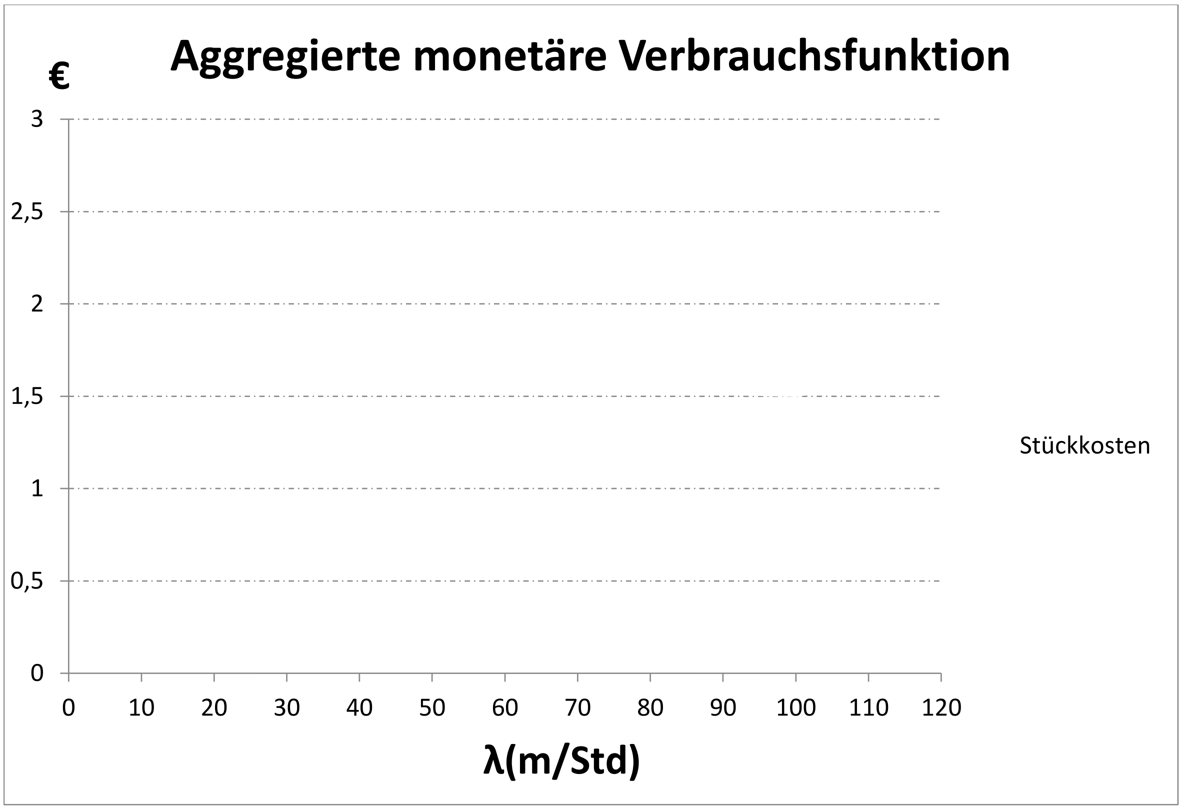
Ermitteln Sie nun in der folgenden Tabelle zunächst die Kosten der einzelnen Faktoren ($k_{Energie}$, k_{Lohn}, $k_{Rohstoff}$, $k_{Wartung}$)durch Einsetzen der Produktionskoeffizienten und Faktorpreise in die monetären Verbrauchsfunktionen bei den unterschiedlichen Intensitäten.

Ermitteln Sie dann die Stückkosten (k_v)der aggregierten monetären Verbrauchsfunktion bei den alternativen Intensitäten.

Intensität	monetäre Verbrauchsfunktionen				Stückkosten
λ (m/Std)	$k_{Engergie}$	$k_{Rohstoff}$	$k_{Wartung}$	$k_{Zeitlohn}$	k_v
20					
30					
40					
50					
60					
70					
80					
90					
100					
110					
120					

Zeichnen Sie in das folgende Diagramm die monetären Verbrauchsfunktionen ein.





Bei der Intensität 100 m/Std sind die Stückkosten am geringsten. Diese Intensität ist die Optimalintensität.

λ_{opt} = 100 m/Std; $k_{v(min)}$ = 1,50 €

Def.: **Die Optimalintensität liegt im Minimum der Stückkosten.**

Übungsaufgabe 1

Zur Produktion eines Erzeugnisses wird eine Maschine benötigt deren Minimalintensität 30 Stück pro Stunde beträgt. Die Maximalintensität liegt bei 120 Stück pro Stunde. Folgende Verbrauchswerte sind gegeben:

- der Materialverbrauch je Stück beträgt 250g
- Die Wartungs- und Reparaturzeiten sind von der Intensität abhängig. Folgende Erfahrungswerte liegen vor:
  0,15 Minuten/Stück für Intensitäten von 30 bis 80
  0,16 Minuten/Stück bei der Intensität 90
  0,18 Minuten/Stück bei der Intensität 100
  0,22 Minuten/Stück bei der Intensität 110
  0,30 Minuten/Stück bei der Intensität 120

- An der Maschine sind drei Arbeitskräfte beschäftigt, die im Zeitlohn bezahlt werden.
- Über den Stromverbrauch liegen folgende Angaben vor:

λ	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Kwh	270	306	337,5	360	388,5	432	499,5	585	742,5	1.080

a. ***Stellen Sie die Verbrauchsfunktionen graphisch dar.***

b. ***Geben Sie den Faktoreinsatz an, wenn bei einer Intensität von λ=60 700 Stück gefertigt werden sollen.*** (175kg, 1h45Min, 35h, 4.200Kwh)

c. ***Ermitteln Sie tabellarisch (4 Dezimalstellen) und graphisch die Optimalintensität, und die minimalen Stückkosten, wenn folgende Preise bekannt sind:***
- ***Rohstoff: 3,00 €/kg***
- ***Zeitlohn: 15,00 €/Stunde***
- ***Wartung: 72,00 €/Stunde***
- ***Strom: 0,09 €/kWh*** (λ_{opt}=90)

d. ***Erläutern Sie die folgenden Begriffe:***
- ***Verbrauchsfunktion***
- ***Produktionskoeffizient***
- ***Optimalintensität***
- ***Faktoreinsatzfunktion***

e. ***Erklären Sie, wie aus der Produktionsfunktion vom Typ B die Gesamtkostenfunktion ermittelt wird.***

5 Anpassungsentscheidungen bei Beschäftigungsschwankungen und ihre Kostenwirkung

Durch die Festlegung einer bestimmten Produktionsintensität und durch die zur Verfügung stehende Arbeitszeit, ergibt sich für die Unternehmung eine Kapazitätsgrenze.
Bei der Produktion von Kunststoffschlauch wurde z.B. die Intensität 100 m/Std als kostengünstige Optimalintensität ermittelt. (Vgl. S. 9-10). Wenn in einem Monat die Normalarbeitszeit 160 Stunden beträgt, hat die Unternehmung bei einer Produktion von 16.000 m Schlauch ihre monatliche Kapazitätsgrenze erreicht. (100*160=16.000)

Nun wird es aber in der betrieblichen Realität zu Diskrepanzen zwischen Kapazitätsgrenze und möglichem Absatz geben. Dem kann die Unternehmung entgegentreten indem sie

- absatzpolitische Maßnahmen[1)] zur Anpassung der Nachfrage an die gewünschte Beschäftigung einsetzt (z.B. kommunikationspolitische Maßnahmen),
- im Falle kurzfristiger Schwankungen Lagerbestände[1)] bildet bzw. auflöst,
- produktionstechnische Anpassungsmaßnahmen ergreift.

Im Rahmen der Produktions- und Kostentheorie werden insbesondere folgende Anpassungsmöglichkeiten diskutiert:

- **Kurzfristige Anpassung** (Anpassung an die Auftragslage bei einer bestimmten Intensität, i.d.R. bei Optimalintensität, innerhalb einer zur Verfügung stehenden Normalarbeitszeit)
- **Zeitlich Anpassung** (Anpassung durch Überstunden und Sonn- und Feiertagsarbeit)
- **Intensitätsmäßige Anpassung** (Anpassung an die Auftragslage durch Variation der Fertigungsmenge in einer Zeiteinheit)
- **Quantitative Anpassung** (Anpassung durch Anschaffung zusätzlicher Aggregate bei konstanter Leistungsfähigkeit)
- **Selektive Anpassung** (Anpassung an die Auftragslage bei vorhandenen, qualitativ unterschiedlichen Aggregaten)
- **Mutative Anpassung** (Anpassungsmaßnahmen mit Änderungen in der Faktorqualität, dem Faktoreinsatzverhältnis und der Verfahrenstechnik)

Bei allen denkbaren Anpassungsmöglichkeiten muss die Unternehmung kurz- und langfristige Auswirkungen auf die Kostenstruktur berücksichtigen und in ihre Entscheidung einbeziehen. Zudem sind Kombinationen der verschiedenen Anpassungsformen denkbar, die ggf. kostengünstiger sein können als die Reinformen der produktionstechnischen Anpassung.

Durch die Vielzahl der Anpassungsmaßnahmen entsteht ein System von Kostenfunktionen. Es gibt so viele Kostenfunktionen, wie Anpassungsmöglichkeiten denkbar sind.

[1)]Absatz- und materialwirtschaftliche Entscheidungen werden nicht im Rahmen der Produktions- und Kostentheorie untersucht.

5.1 Kurzfristige Anpassung

Kurzfristige Anpassung bedeutet Anpassung an die Auftragslage innerhalb einer zur Verfügung stehenden Normalarbeitszeit einer bestimmten Periode. (z.B. 40 Stunde in der Woche). Bei gegebener Intensität (i.d.R. der Optimalintensität) kann der tatsächlichen Arbeitszeit (T) eindeutig eine bestimmte Ausbringungsmenge zugeordnet werden.

$$X = T * \lambda$$
$$\lambda = \frac{X}{T}$$

Wenn erforderliche Rüst-, Einrichtungs-, Reinigungs-, Stör-, Wartungsarbeiten innerhalb der Normalarbeitszeit erledigt werden müssen, wird die Kapazitätsgrenze durch diese Arbeiten gemindert. Die verminderten Maschinenlaufzeiten werden dann durch **Laufzeitfaktoren** berücksichtigt, die mit der Kapazitätsgrenze multipliziert werden müssen, um die mögliche Produktionsmenge zu erhalten.

Die Gesamtkostenfunktion ergibt sich als Summe aus fixen Kosten (K_f) und variablen Kosten (K_v). Die Steigung der Kostenfunktion entspricht k_v. Bei Optimalintensität entspricht die Kostensteigerung $k_{v(min)}$.

$$K = K_f + K_v$$
$$K = K_f + (k_{v(min)} * X)$$

Bsp.: K_f = 6.000,00 €, Normalarbeitszeit = 160 Std/Monat, die Produktion erfolgt bei λ_{opt}

Wie hoch war die Optimalintensität bei Produktion von Kunststoffschlauch? ____________________

Wie hoch waren die variablen Stückkosten bei Optimalintensität? ____________________

Welche Ausbringungsmenge kann unter den angegebenen Bedingungen bei Normalarbeitszeit produziert werden? ____________________

$$\lambda * Normalarbeitszeit = X_{max}$$

Wie hoch sind die Gesamtkosten bei voller Ausnutzung der Normalarbeitszeit?

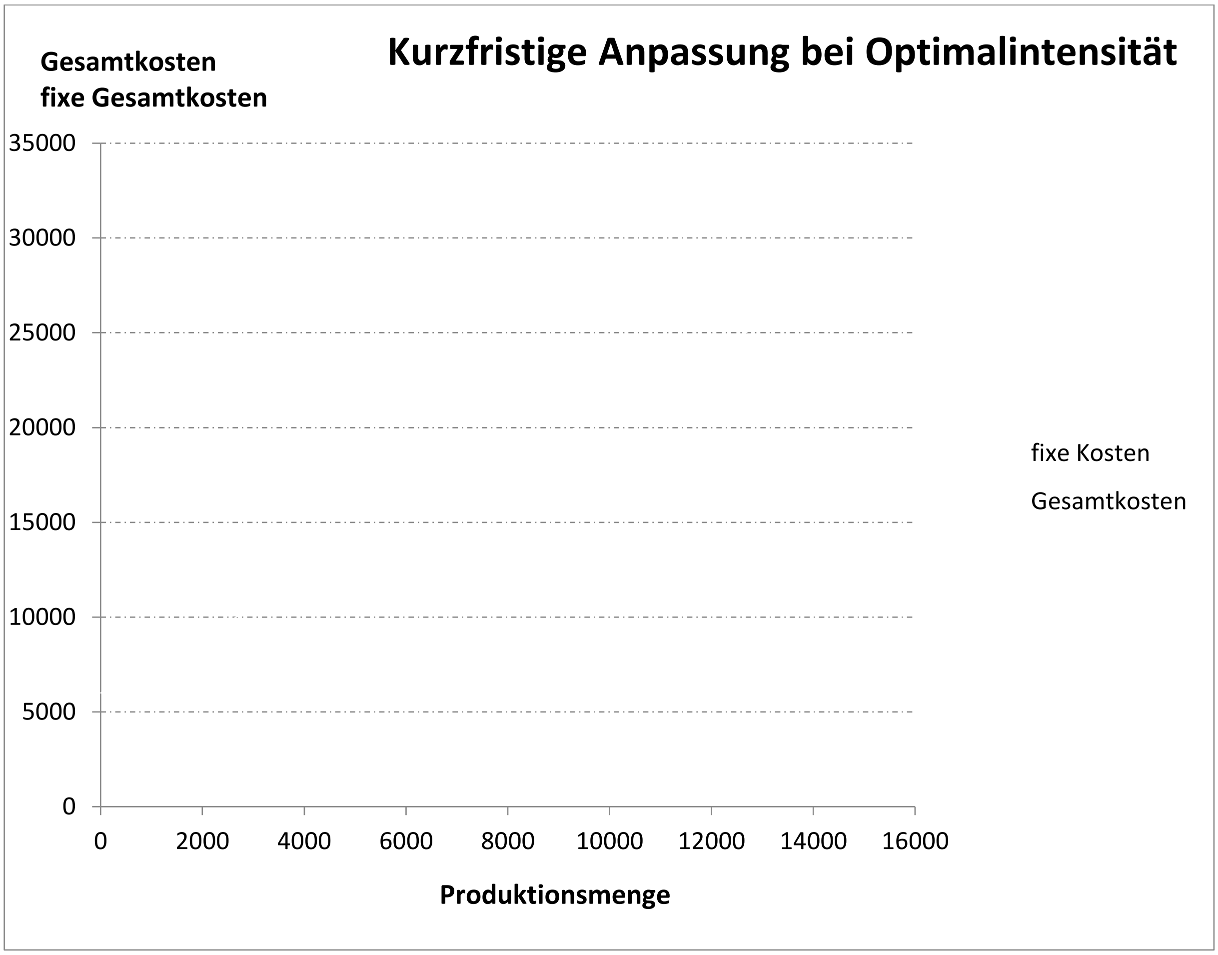
Gesamtkosten: ____

Ermitteln Sie die Ausbringungsmenge und die Gesamtkosten bei einer Arbeitszeit von 120 Stunden.

Ausbringungsmenge: ______________________________

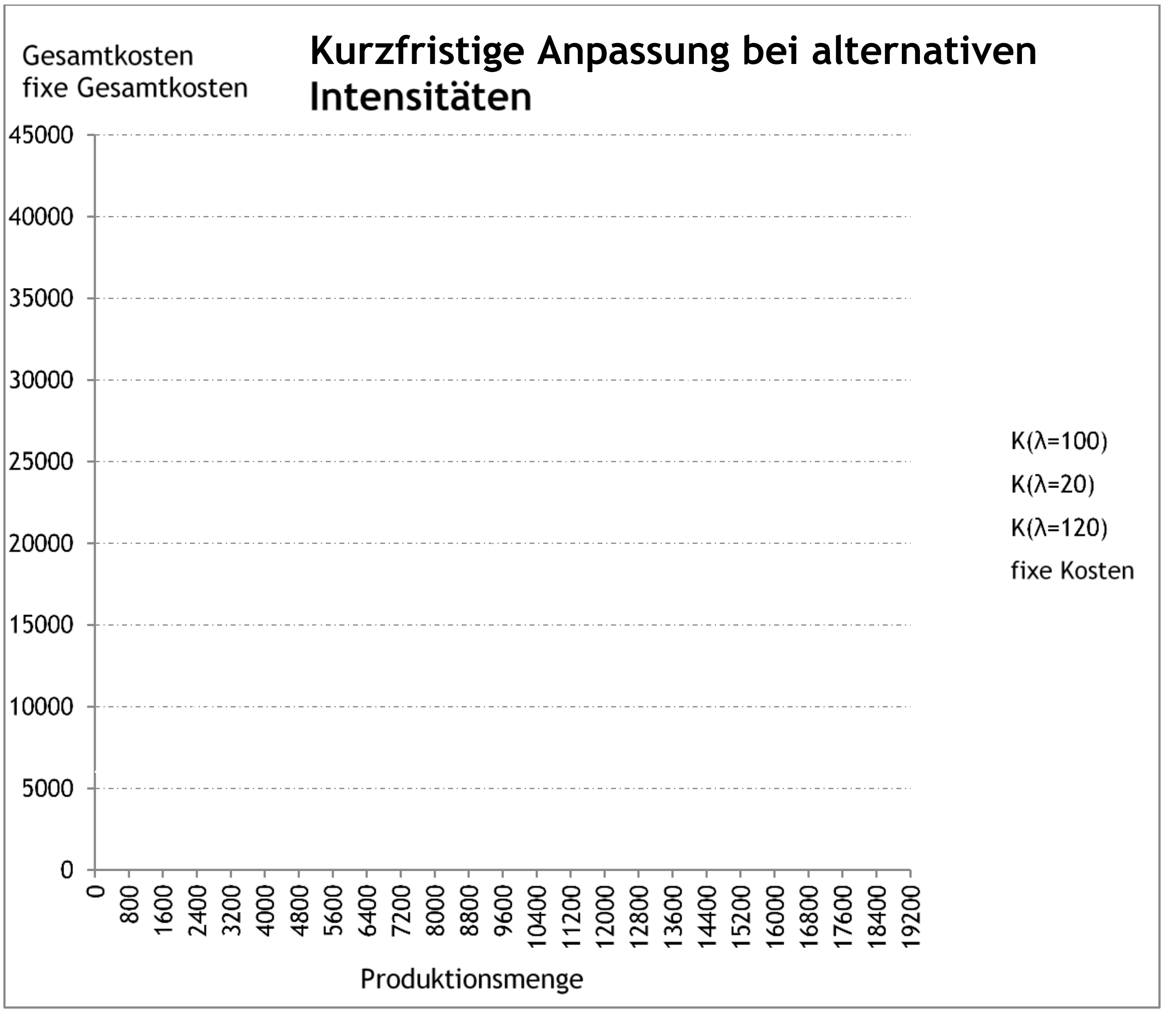
Gesamtkosten: ______________________________

Stellen Sie Ihre Ergebnisse graphisch dar.



Ergänzen Sie die folgende Grafik, ermitteln Sie die Gesamtkosten in den verschiedenen Fällen und stellen Sie Ihre Ergebnisse graphisch dar. Zeichen Sie dazu die Kostenkurven bei den Intensitäten 100, 20 und 120 in die Grafik auf Seite 15 ein.

Intensität (λ)	Stükkosten (k_v)	Normalarbeitszeit (T)	Menge (X)	fixe Kosten (K_f)	Gesamtkosten (K)
100		160 Stunden			
20		160 Stunden			
120		160 Stunden			



Intensitäten, die von der Optimalintensität abweichen, verursachen höhere variable Stückkosten als bei einer Produktion bei Optimalintensität und für jede beliebige Menge innerhalb der durch die Intensitäten definierten Kapazitätsgrenzen auch höhere Gesamtkosten.

Bsp.: K_f = 6.000,00 €, Normalarbeitszeit = 160 Std/Monat, die Produktion erfolgt bei λ_{opt}
Da Rüst-, Wartungs- und Reinigungszeiten innerhalb der Normalarbeitszeit erfolgen müssen, ist mit einem **Laufzeitfaktor** von 0,9 zu rechnen.
(Die Optimalintensität betrug 100 m/Std bei minimalen variablen Stückkosten von 1,50 €)

Welche Ausbringungsmenge kann unter den angegebenen Bedingungen bei Normalarbeitszeit produziert werden?

____

Wie hoch sind die Gesamtkosten unter Berücksichtigung der durch den Laufzeitfaktor verminderten Produktionsmenge?

____

5.2 Zeitliche Anpassung durch Überstunden und Nachtarbeit

Bsp.:
- K_f = 6.000,00 €
- Normalarbeitszeit = 160 Std/Monat (8 Std/Tag – 5 Tage/Woche – 4 Wochen/Monat)
- die Produktion erfolgt bei λ_{opt}, die minimalen variablen Stückkosten betragen 1,50 €
- durch Überstunden soll die Tagesarbeitszeit um 2 Stunden verlängert werden; der Überstundenzuschlag beträgt 25%
- nach den täglichen Überstunden sollen zusätzlich täglich 2 Stunden nachts gearbeitet werden; der Nacharbeitszuschlag beträgt 50%

Durch die Erhöhung der Tagesarbeitszeit kann die Produktion gesteigert werden. Es ergeben sich Beschäftigungsintervalle.

Berechnen Sie in der folgenden Tabelle, wie viel Meter Kunststoffschlauch durch die Überstunden und die Nachtarbeit zusätzlich hergestellt werden können, und geben Sie die Beschäftigungsintervalle an.

	Normalarbeitszeit	Überstunden	Nachtarbeit
$\lambda * T = X$			
X = Intervalle			

Die variablen Stückkosten steigen in Intervallen um den Überstundenzuschlag (25%) und den Nacharbeitszuschlag (50%), berechnet nur von den Lohnkosten.
(Hinweis: Mehrarbeitszuschläge dürfen nicht von den gesamten variablen Stückkosten berechnet werden.)

Für jedes Beschäftigungsintervall ergeben sich durch die Zuschläge neue Stückkosten.
$k_{v(1)}$ für $0 \leq X \leq 16.000$
$k_{v(2)}$ für $16.000 < X \leq 20.000$
$k_{v(3)}$ für $20.000 < X \leq 24.000$

Ergänzen Sie zur Berechnung der Stückkosten die folgende Tabelle.

	Lonstückkosten bei λ_{opt}	Zuschläge in %	Zuschläge in €	gesamte Stück-kosten bei λ_{opt}	Stückkosten je Intervall
$k_{v(1)}$					
$k_{v(2)}$					
$k_{v(3)}$					

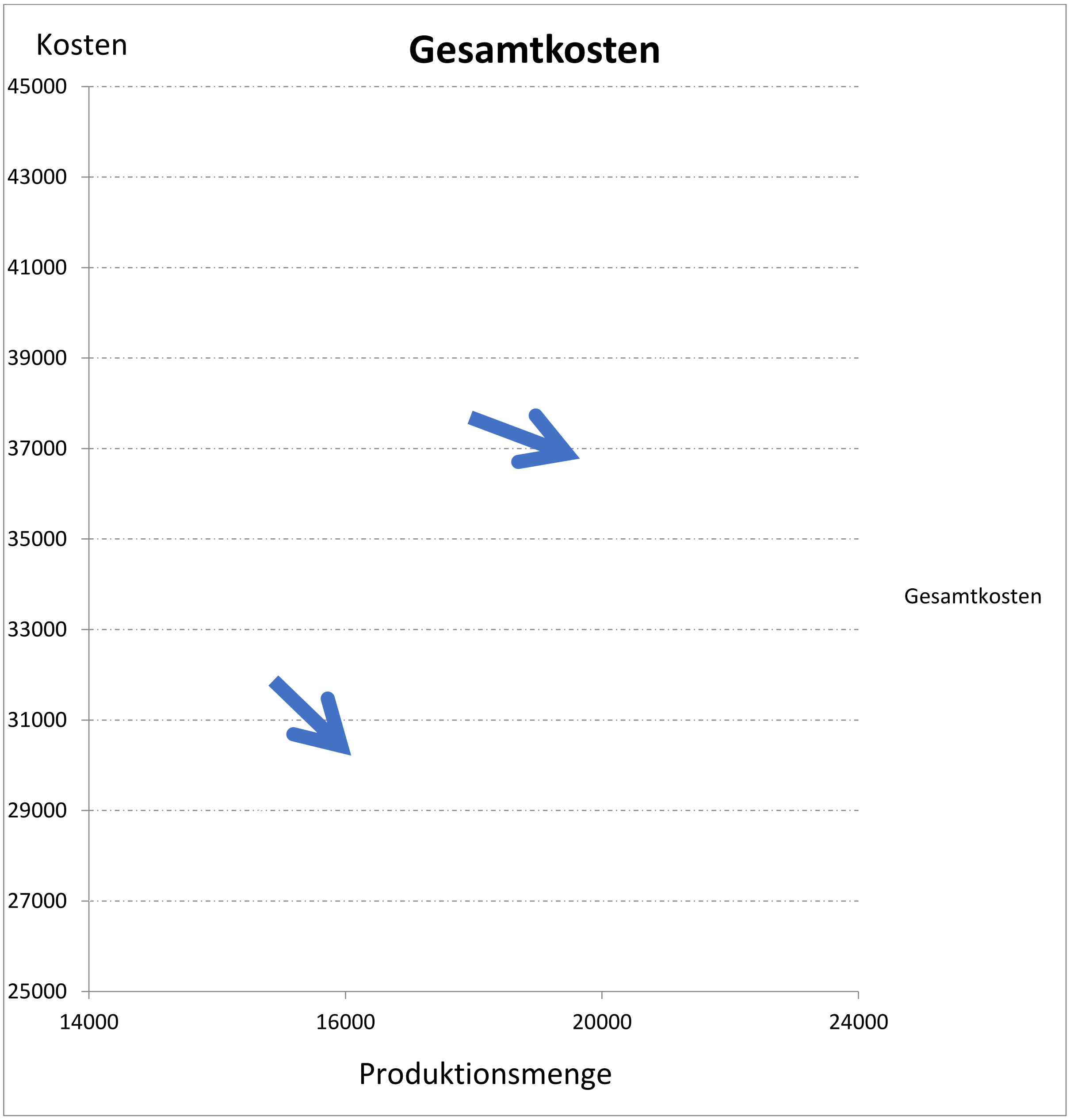
Unter Berücksichtigung von Überstunden und Nachtarbeit ergeben sich die folgenden Kostenfunktionen:

Normalstunden:	$K_1 = 6.000 + (1{,}50 * 16.000)$	; $0 \leq X \leq 16.000$
Überstunden:	$K_2 = K1 + 1{,}56(20.000 - 16.000)$	; $16.000 < X \leq 20.000$
Nachtarbeit:	$K_3 = K2 + 1{,}62(24.000 - 20.000)$	; $20.000 < X \leq 24.000$

Die Kosten bei voller Kapazitätsauslastung betragen daher:
$K_1 = 30.000$; $K_2 = 36.240$; $K_3 = 42.720$

Zeichnen Sie diese Kostenfunktion.

Hinweis: Zur besseren Verdeutlichung sind die X- und Y-Achsen unterbrochen. Die Kostenkurve K1 beginnt bei der Menge 14.000 und den Gesamtkosten 27.000. Die Kurve ist wegen den erhöhten Stückkosten aufgrund der Zuschläge bei den Mengen 16.000 und 20.000 geknickt. Die höheren Stückkosten führen zu einer stärken Steigung der Gesamtkostenkurve.



5.3 Intensitätsmäßige Anpassung

Die Kostensituation wird bei alternativen Intensitäten untersucht. Wie hoch sind die Ausbringungsmenge und die Kosten, wenn während einer bestimmten Periode mit einer bestimmten Intensität gearbeitet wird? (Keine Intensitätsvariation während der Periode)

Bsp.:
- $\lambda = 70$
- Normalarbeitszeit = 160 Std/Monat
- Verbrauchsfunktionen und Faktorpreise sind unverändert
- $K_f = 6.000$
- k_v lt. aggregierter monetäre Verbrauchsfunktion

Ermitteln Sie die Gesamtkosten.

Hinweis: $X = \lambda * \text{Arbeitszeit}$

Ermitteln Sie nun die mögliche Ausbringungsmenge für alle Intensitäten von λ = 20 bis λ = 120 und die tragen Sie diese in die folgende Tabelle ein. Ordnen Sie dann jeweils die Stückkosten den alternativen Intensitäten zu und ermitteln Sie die Gesamtkosten. Zeichen Sie die Kostenkurve.

Intensität (m/Std)	Menge (X)	fixe Kosten (K_f)	Stückkosten (k_v)	Gesamt-kosten (K)
0				
10				
20				
30				
40				
50				
60				
70				
80				
90				
100				
110				
120				


Intensitätsmäßige Anpassung
fixe Gesamtkosten
Gesamtkosten
45.000
40.000
35.000
30.000
25.000
20.000
15.000
10.000
5.000
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
Intensität
fixe Gesamtkosten
Gesamtkosten

5.4 Quantitative Anpassung (Multiple Anpassung)

Quantitative Anpassung an Beschäftigungsschwankungen liegt vor, wenn – bei konstanter Nutzungsintensität und konstanter Einsatzdauer – die Menge der eingesetzten Potentialfaktoren verändert wird. Wenn also zusätzliche Maschinen angeschafft werden, um einen Auftrag erfüllen zu können muss auch der Einsatz der anderen Produktionsfaktoren, wegen der Limitationalitätsbedingung, ebenfalls erhöht werden. Das bedeutet aber, dass die variablen Stückkosten bei gleicher Faktorqualität und Produktion bei einer bestimmten Intensität – i.d.R. der Optimalintensität – konstant bleiben. Die Gesamtkosten steigen mit der Beschäftigungserhöhung sprunghaft an.

Bsp.: Die Unternehmung kann einen Auftrag über 40.000 m Kabelrohr bekommen.
Normalarbeitszeit = 160 Std/Monat, Optimalintensität = 100 m/Std
$k_v = 0{,}25$ €, $K_f = 6.000$ (für eine Maschine)
Die Anpassung soll quantitativ erfolgen.

Wie viele Maschinen müssen angeschafft werden, damit der Auftrag erfüllt werden kann?

___

Ermitteln Sie die fixen Gesamtkosten, die variablen Gesamtkosten und Gesamtkosten für den Auftrag über 40.000 m.

___

Bei welcher Menge liegt jetzt die Kapazitätsgrenze?

___

Ermitteln Sie die Gesamtkosten an der Kapazitätsgrenze.

___

Wie hoch sind die Gesamtkosten, wenn die Beschäftigung nach der quantitativen Anpassung wieder auf 16.000 m zurückgeht?

___

Wie hoch waren die Gesamtkosten bei einer Menge von 16.000 m ohne quantitative Anpassung?

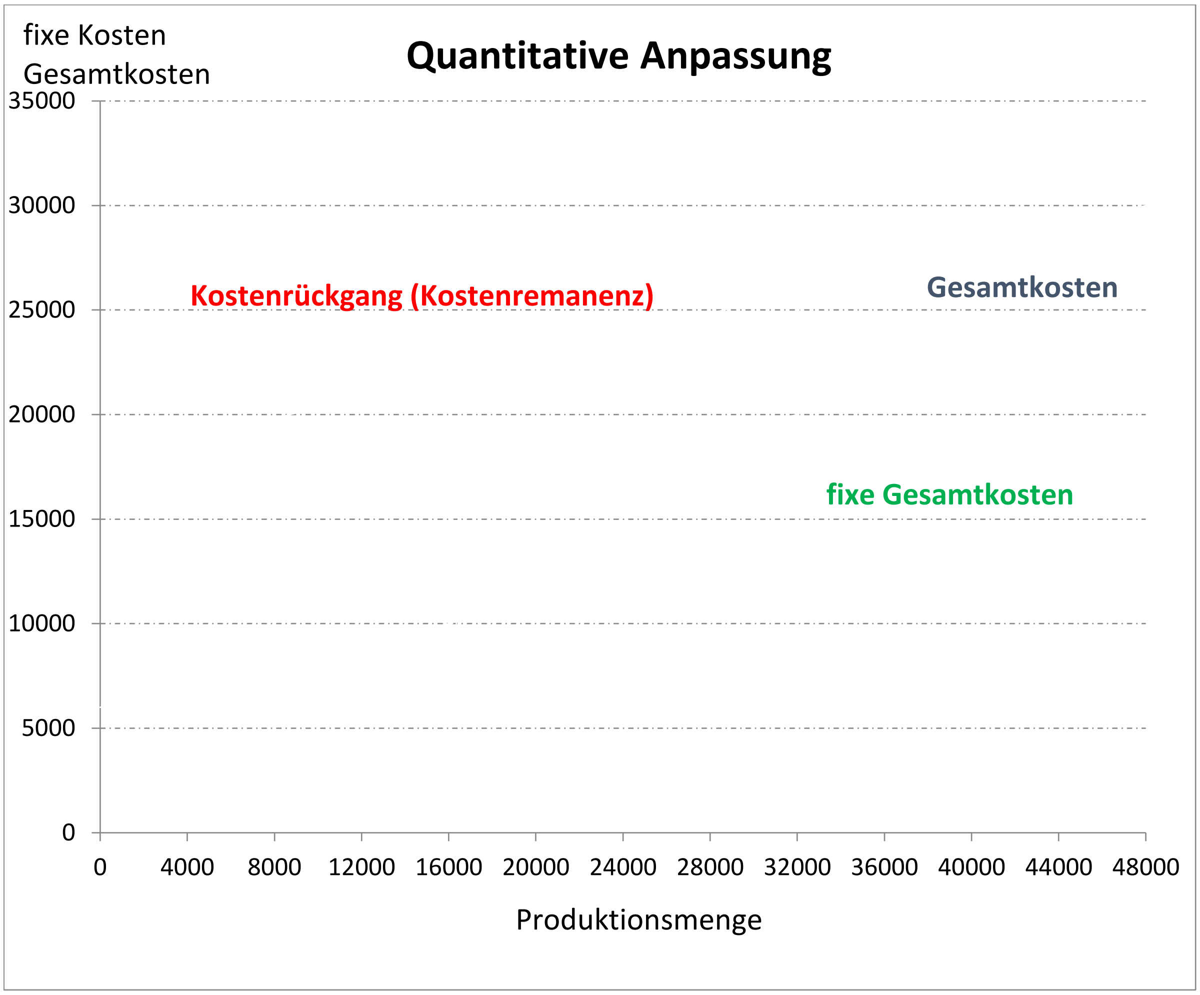
___

Begründen Sie den Unterschied.

___

___

Stellen Sie den Kostenverlauf bis zu einer Menge von 48.000 m unter Berücksichtigung einer quantitativen Anpassung grafisch dar.



5.5 Selektive Anpassung

Die Selektive Anpassung an die Auftragslage ist eine Variante der Quantitativen Anpassung, die Anwendung finden kann, wenn ein Betrieb über qualitativ unterschiedliche Potentialfaktoren verfügt, die bei grundsätzlicher Funktionsgleichheit gleiche Leistungen zu unterschiedlichen Kosten erzeugen.

Grundsätzlich nimmt ein Unternehmen bei abnehmender Beschäftigung zunächst die kostenungünstigen (unmodernen und abgenutzten) Maschinen aus der Produktion. Bei ansteigender Beschäftigung werden diese zuletzt eingesetzt.

Für die Kostenentwicklung bedeutet dies, dass der Betrieb bei niedriger Beschäftigung mit besser ausgestatteten Faktoren und damit kostengünstiger produziert als bei hoher Beschäftigung.

Bsp.: Für die Produktion von Kabelrohr, das zu einem Preis von 1,50 je m verkauft wird, stehen der Unternehmung verschiedene Maschinen zur Verfügung, die in drei Beschäftigungsintervallen genutzt werden können. Die Maschinen sollen bei Optimalintensität laufen. Es liegen folgenden Daten vor:

	Intervall 1	Intervall 2	Intervall 3
intervallfixe Kosten	6.000	7.000	8.000
Optimalintensität	100	75	50
variable Stückkosten	0,25	0,5	1

Die Regelarbeitszeit in jedem Beschäftigungsintervall beträgt monatlich 160 Stunden.

Ermitteln Sie das Betriebsergebnis bei Vollauslastung der Kapazität.

	Intervall 1	Intervall 2	Intervall 3	gesamt
Produktionsmengen				
Umsatzerlös				
Kosten				
Betriebsergebnis				

Unter welchen Bedingungen können Sie das Betriebsergebnis verbessern?

Ein Großabnehmer geht in Konkurs. Dadurch können nur noch 19.000 m im Monat abgesetzt werden. Die Unternehmensleitung diskutiert verschiedene Alternativen für die notwendige Anpassung an die neue Auftragslage.

Alternative 1: Verkauf von Aggregat 3
Alternative 2: Verkauf von Aggregat 2
Alternative 3: Erhaltung von Maschine 2 als Reserve aber Stilllegung
Alternative 4: Gewinnung eines Neukunden, der bereit ist 17.000 m Kabelrohr im Monat abzunehmen aber nur einen Preis von 1,10 € zahlen will.

Berechnen Sie das Betriebsergebnis für die einzelnen Alternativen.

	Alternative 1	Alternative 2	Alternative 3	Alternative 4
Umsatzerlös				
Kosten				
Betriebsergebnis				

5.6 Mutative Anpassung

Unternehmen werden immer danach streben, ihre Produktionstechnik zu verbessern. Wenn Anpassungen an die Auftragslage mit einer grundsätzlichen Veränderung des Produktionsverfahrens verknüpft werden, spricht man auch von mutativer Anpassung. Kennzeichen sind:

- Verwendung qualitativ andersartiger Potentialfaktoren (bessere Maschinen, andere Zusammensetzung von Grundstoffen, verbesserte Qualifikation der Mitarbeiter, Verbesserte Wartungsverfahren, z.B. Remote Wartung)
- Änderung der Mengenrelation der eingesetzten Faktoren (z.B. niedrigere Lohnkosten durch Rationalisierung)
- Verfahrensänderungen mit veränderter Kostenstruktur

Diese Anpassungsform ist mit einer Änderung der Produktionsfunktion verbunden. Langfristig betrachtet ist sie maßgebend für Investitionsentscheidungen.

Bsp.: Die Produktion von Kunststoffschlauch wurde bisher mit einem Verfahren durchgeführt, bei dem die kostengünstigste Möglichkeit die Produktion von 100 m Schlauch in der Stunde bei variablen Stückkosten von 1,50 € und fixen Kosten von 6.000 € war. Allerdings war die Kapazität auf 16.000 m Schlauch im Monat beschränkt.

Die Unternehmung hat nun dauerhaft die Möglichkeit 30.000 m Schlauch abzusetzen. Neben der quantitativen Anpassung besteht die Möglichkeit das Produktionsverfahren von Grund auf zu verbessern. Nach Ermittlung der Verbrauchsfunktionen und Aufstellung der aggregierten monetären Verbrauchsfunktion liegen die folgenden Zahlen für das neue Verfahren vor:

K_f = 12.000 €
λ_{opt} = 200 m/Std
$k_{v(min)}$ = 1,30 €/Stück

Prüfen Sie ob trotz der Verdopplung der fixen Kosten die 30.000 m Schlauch mit der geänderten Verfahrenstechnik kostengünstiger hergestellt werden können.

Altes Verfahren:

Neues Verfahren:

5.7 Kombinierte Anpassungsmaßnahmen

Verschiedene Anpassungsformen können miteinander kombiniert werden. Grundsätzlich sind immer die Auswirkungen auf die Kosten zu prüfen um sinnvolle Anpassungskombinationen zu finden.

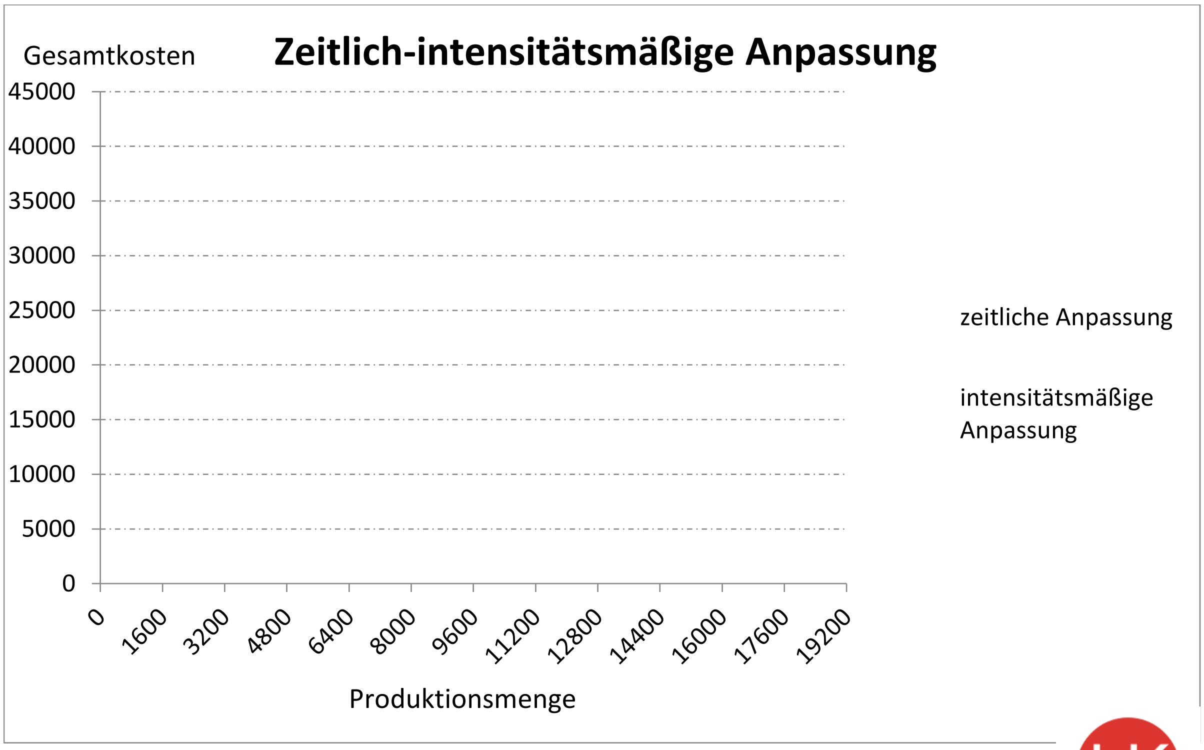
Bsp.: Bis zu einer Ausbringungsmenge, die innerhalb der Normalarbeitszeit (160 Std) erreicht werden kann, erfolgt die Anpassung mit unveränderter Optimalintensität (λ_{opt} = 100 m/Std). Wenn die Ausbringungsmenge noch mehr gesteigert werden soll, erfolgt die Anpassung intensitätsmäßig. K_f = 6.000 €

Ergänzen Sie die folgende Tabelle. (Vgl. aggregierte monetäre Verbrauchsfunktion S. 9)

λ	X	kv	Kf	Kv	K
100					
100					
110					
120					

Es liegen nun zwei verschiedene Kostenkurven vor. An die Kurve für Mengen bis 16.000 m unter Einbehaltung der Optimalintensität (S. 14) schließt sich eine Kurve für Mengen über 16.000 m bei intensitätsmäßiger Anpassung (S. 18 und 19) an.

Zeichnen Sie diese beiden Kostenkurven.



Übungsaufgabe 2

Übungsaufgabe 1 brachte das folgende Ergebnis:
$\lambda_{opt} = 90$, $k_{v(min)} = 1{,}9415$
monetäre Verbrauchsfunktionen und aggregierte monetäre Verbrauchsfunktion:

Intensität	$k_{vRohstoff}$		$k_{vEnergie}$	k_{vLohn}	$k_{vWartung}$	k_v
30	0,7500		0,8100	1,5000	0,1800	3,2400
40	0,7500		0,6885	1,1250	0,1800	2,7435
50	0,7500		0,6075	0,9000	0,1800	2,4375
60	0,7500		0,5400	0,7500	0,1800	2,2200
70	0,7500		0,4995	0,6429	0,1800	2,0724
80	0,7500		0,4860	0,5625	0,1800	1,9785
90	0,7500		0,4995	0,5000	0,1920	1,9415
100	0,7500		0,5265	0,4500	0,2160	1,9425
110	0,7500		0,6075	0,4091	0,2640	2,0306
120	0,7500		0,8100	0,3750	0,3600	2,2950
						1,9547

Durch Überstunden soll die Tagesarbeitszeit um 4 Stunden verlängert werden. Dafür muss ein Zuschlag von 33 ⅓% auf den Zeitlohn gezahlt werden. $K_f = 60.000$ €
Normalarbeitszeit: 160 Stunden/Monat (4 Wochen, 5-Tage-Woche, 8-Stunden-Tag)

Berechnen Sie die Gesamtkosten, wenn bei Optimalintensität die nunmehr maximal mögliche Menge produziert wird. (Stückkosten mit 4 Dezimalstellen)

Kapazitätsgrenze bei Normalarbeitszeit:

Überstunden: Überstundenmenge:

Beschäftigungsintervalle: ;

Lohnzuschlag:

Stückkosten für Überstundenmenge:

Gesamtkosten in der Normalarbeitszeit: K_1

Gesamtkosten für 21.600 Stück:

Wie hoch wären die Gesamtkosten bei quantitativer Anpassung für 21.600 Stück?

Notwendige Maschinenzahl:

Gesamtkosten:

Was halten Sie von dem Vorschlag einer intensitätsmäßigen Anpassung für die Produktionsmenge von 21.600 Stück?

Ermitteln Sie die Gesamtkosten bei intensitätsmäßiger Anpassung für eine Produktionsmenge von 16.500 Stück.

Notwendige Intensität:

Gesamtkosten:

Übungsaufgabe 3

Für die Produktion von Kunststoffmatten stehen der Unternehmung verschiedene Maschinen zur Verfügung, die in drei Beschäftigungsintervallen genutzt werden können. Die Grundbereitschaftskosten betragen 250.000 €. Die Maschinen sollen bei Optimalintensität unter Berücksichtigung der Laufzeitfaktoren eingesetzt werden. Es liegen folgende Daten vor:

	Intervall 1	Intervall 2	Intervall 3
Intervallfixe Kosten	22.000	28.000	32.000
Optimalintensität	40 Stück/Std	50 Stück/Std	55 Stück/Std
Laufzeitfaktor	0,75	0,8	0,9
variable Stückkosten	24,00 €	22,00 €	20,00 €

Die Regelarbeitszeit in jedem Intervall beträgt 300 Stunden. Der Absatzpreis liegt bei 33,50 €.

Warum werden Laufzeitfaktoren berücksichtigt?

Ermitteln Sie das Betriebsergebnis bei Vollauslastung der Kapazität.

	Intervall 1	Intervall 2	Intervall 3
Produktionsmenge			
Umsatzerlöse			
Intervallfixe Kosten			
variable Kosten			
Grundbereitschaftskosten		250.000	
Betriebsergebnis			

Ein Großabnehmer geht in Konkurs. Dadurch können nur noch 25.850 Stück des Erzeugnisses abgesetzt werden. Die Unternehmensleitung diskutiert drei Alternativen für die notwendige Anpassung an die neue Auftragslage:

- Alternative 1: Verkauf von Intervall 1 und Vollauslastung von Intervall 3
- Alternative 2: Stilllegung von Intervall 1 und Vollauslastung von Intervall 2
- Alternative 3: Neugewinnung eines Großabnehmers zur Kapazitätsauslastung. Der neue Kunde ist allerdings nur bereit einen Preis von 25,00 € je Stück zu zahlen.

Berechnen Sie die Betriebsergebnisse für die einzelnen Alternativen.

Alternative 1			
	Intervall 1	Intervall 2	Intervall 3
Produktionsmenge			
Umsatzerlöse			
Intervallfixe Kosten			
variable Kosten			
Grundbereitschaftskosten	250.000		
Betriebsergebnis			

Alternative 2			
	Intervall 1	Intervall 2	Intervall 3
Produktionsmenge			
Umsatzerlöse			
Intervallfixe Kosten			
variable Kosten			
Grundbereitschaftskosten	250.000		
Betriebsergebnis			

LK

Alternative 3			
	Intervall 1	Intervall 2	Intervall 3
Produktionsmenge			
Umsatzerlöse			
Intervallfixe Kosten			
variable Kosten			
Grundbereitschaftskosten			
Betriebsergebnis			

Begründen Sie das Zustandekommen der unterschiedlichen Ergebnisse der 3 Alternativen.
(Verwenden Sie für Ihre Ausführungen die Rückseite dieses Blattes.)

6 Mathematische Ableitung der Optimalintensität

6.1 Einsatz von zwei Produktionsfaktoren

Bsp.: Ein Produkt wird unter Einsatz von Produktionsfaktoren (r_1 und r_2) an einem Kostenplatz hergestellt. Die Minimalintensität liegt bei $\lambda_{min} = 10$ und die Maximalintensität bei $\lambda_{max} = 50$ Stück/Std.

Die Faktorpreise betragen: $p_1 = 12$ für den Faktor r_1 und $p_2 = 7$ für Faktor r_2.
Es wurden folgende Verbrauchsfunktionen ermittelt:

$$\frac{r_1}{X} = v_1 = 0{,}05\lambda^2 - 4\lambda + 110$$

$$\frac{r_2}{X} = v_2 = 0{,}2\lambda^2 - 8\lambda + 105$$

Ermitteln Sie die monetären Verbrauchsfunktionen durch Multiplikation der Verbrauchsfunktionen mit den Faktorpreisen.

Monetäre Verbrauchsfunktionen

Aggregierte monetäre Verbrauchsfunktion

Die Optimalintensität liegt im Minimum der Stückkosten. Dort ist der Kostenzuwachs gleich Null. (1. Ableitung der Stückkostenfunktion)

Bilden Sie die 1. Ableitung der Stückkostenfunktion, setzen Sie diese gleich Null und errechnen Sie die Optimalintensität durch Auflösen der 1. Ableitung nach λ.

Berechnung der Optimalintensität

Setzen Sie die Optimalintensität in die Stückkostenfunktion ein.

Minimale Stückkosten

Tabellarische und graphische Darstellung

Auf der X-Achse werden die Minimal-, Optimal- und die Maximalintensität sowie die Verbrauchsminima der beiden Faktoren dargestellt. Die beiden Verbrauchsminima müssen zunächst noch ermittelt werden. Im Verbrauchsminimum eines Faktors ist der Verbrauchszuwachs (1. Ableitung) gleich Null.

Ermitteln Sie das Verbrauchsminimum der Faktoren r_1 und r_2.

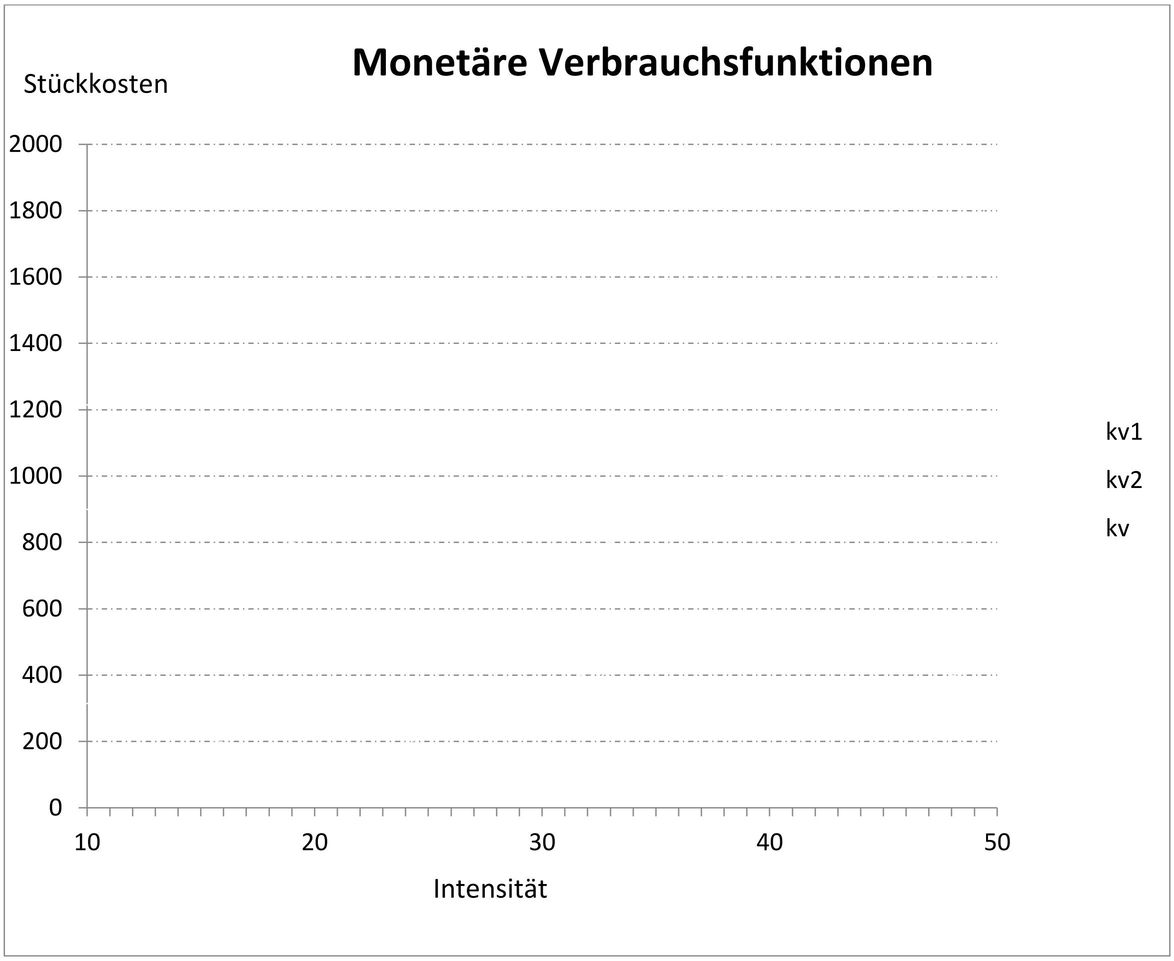
(Hinweis: Setzten Sie dazu die 1. Ableitung der Verbrauchsfunktionen gleich Null und lösen Sie die 1. Ableitung nach der Intensität (λ) auf. Setzen Sie dann die Intensität in die Verbrauchsfunktionen ein und errechnen Sie das jeweilige Verbrauchsminimum.

Verbrauchsminimum von Faktor r_1

Verbrauchsminimum von Faktor r_2

Stellen Sie jetzt die monetären Verbrauchsfunktionen k_{v1} und k_{v2} und die aggregierte monetäre Verbrauchsfunktion k_v graphisch dar. Ermitteln Sie die Werte für die angegebenen Intensitäten in der folgenden Tabelle.

λ		k_{v1}	k_{v2}	k_v
10	Minimalintensität			
20	Verbrauchsminimum r_2			
26	Optimalintensität			
40	Verbrauchsminimum r_1			
50	Maximalintensität			



6.2 Einsatz von vier Produktionsfaktoren (zwei variabel)

Für einen Kostenplatz mit einer Anlage sind die folgenden Verbrauchsfunktionen und Faktorpreise ermittelt worden:

Faktor	**Verbrauchsfunktion**	**Faktorpreis**
Rohstoff	$v_1 = 2$	$p_1 = 1{,}95$
Akkordarbeit	$v_2 = 5$	$p_2 = 0{,}30$
Energie	$v_3 = 0{,}1\lambda^2 - 4{,}2\lambda + 45$	$p_3 = 0{,}10$
Wartung	$v_4 = 0{,}01\lambda + 0{,}05$	$p_4 = 2{,}00$

Ermitteln Sie die monetären Verbrauchsfunktionen und die aggregierte monetäre Verbrauchsfunktion, die Optimalintensität und das Stückkostenminimum.

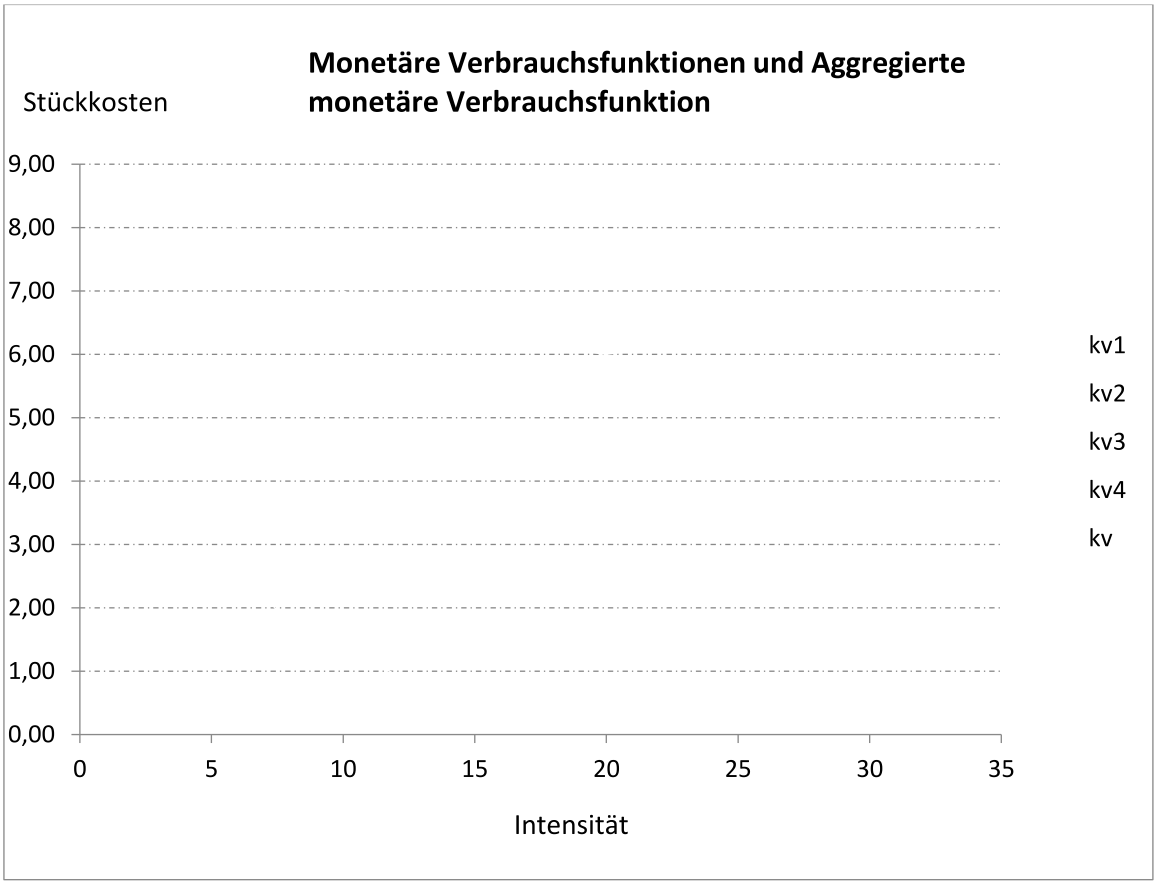
Monetäre Verbrauchsfunktionen und aggregierte monetäre Verbrauchsfunktion

Optimalintensität

Stückkostenminimum

Stellen Sie Ihre Ergebnisse tabellarisch und graphisch bei technisch möglichen Intensitäten von 5, 10, 15, 20, 25, 30 und 35 dar.

λ	k_{v1}	k_{v2}	k_{v3}	k_{v4}	k_v
5					
10					
15					
20					
25					
30					
35					



Gesamtkostenfunktion bei intensitätsmäßiger Anpassung

Zusätzliche Angaben:	monatliche Arbeitszeit:	160 Stunden
	fixe Kosten:	5.000 €

Gesamtmenge: ► Gesamtmenge =

Gesamtkosten: Gesamtmenge * Stückkosten + fixe Kosten

variable Gesamtkosten:

Gesamtkosten: K

Stückkosten- und Grenzkostenfunktion bei intensitätsmäßiger Anpassung

Stückkosten = Gesamtkosten : Menge (x)

Übungsaufgabe 4

Für einen Kostenplatz mit einer Anlage sind folgende Daten ermittelt worden:

- Normalarbeitszeit: 360 Stunden/Monat
- Fixkosten: 21.000,00 €/Monat
- Minimalintensität: 10 Stück/Stunde
- Maximalintensität: 40 Stück/Stunde
- Intensitätsvariation: jeweils eine Mengeneinheit

Verbrauchsfunktionen

- Rohstoff: $v_1 = 4$ kg/Stück
- Akkordarbeit: $v_2 = 10$ Minuten/Stück
- Energie: $v_3 = 0{,}2\lambda^2 - 8{,}40\lambda + 90$ Kwh/Stück
- Wartung: $v_4 = 0{,}002\lambda + 0{,}04$ Minuten/Stück

Faktorpreise

- Rohstoff: 2,00 €/kg
- Akkordarbeit: 0,30 €/Minute
- Energie: 0,10 €/Kwh
- Wartung: 120,00 €/Stunde

1. ***Skizzieren Sie den Verlauf der Verbrauchsfunktionen.*** keine genaue Wertezuordnung; Vgl. Seite 2-5
2. ***Berechnen Sie die Optimalintensität und die minimalen variablen Stückkosten.*** $\lambda_{opt} = 21$, $k_{vmin} = 11{,}344$
3. ***Ermitteln Sie die Gesamtkostenfunktion.*** $K=21.000+11{,}344X$
4. ***Geben Sie den Zulässigkeitsbereich dieser Kostenfunktion in Stück pro Monat an.*** $0 \le X \le 7.560$
5. ***Ermitteln Sie die Gesamtkosten (€/Monat) an der Kapazitätsgrenze und zeichnen Sie die Gesamtkostenfunktion.*** 106.760,64
6. ***Welche Ausbringungsmenge würden Sie beim Vorliegen der in Aufgabe 3 ermittelten Gesamtkostenfunktion produzieren? Begründen Sie Ihre Antwort.*** Kapazitätsgrenze da größte Fixkostendegression, minimale Stückkosten
7. ***Das Unternehmen möchte seine Kapazität durch Überstunden erweitern. Stellen Sie die Kostenfunktion für Überstunden auf, wenn das Unternehmen täglich 2 Stunden mehr arbeitet und hierfür einen Aufschlag von 40% auf den Akkordlohn rechnet. Es wird an 20 Tagen im Monat gearbeitet.*** $K_1= 21.000+11{,}344X_1$; $K_2=K_1+12{,}544X_2$ oder $K_2=(21.000+11{,}344X_1)+12{,}544X_2$; $X_1=7560$, $X_2=840$
8. ***Ermitteln Sie die Gesamtkosten für die Produktion mit 2 Überstunden.*** 117.297,60
9. ***Das Unternehmen setzt eine weitere Produktionsanlage mit den gleichen Kosten ein. Geben Sie die Gesamtkostenfunktion für die beiden Anlagen bei rein quantitativer Anpassung an.*** $K=(2*21.000)+(11{,}344X)$

10. ***Ermitteln Sie Gesamtkosten an der Kapazitätsgrenze bei intensitätsmäßiger Anpassung.*** X_{max}=14.400; K=21.000+18,64*14.400; K=289.416,00
11. ***Ermitteln Sie die Gesamtkostenfunktion bei intensitätsmäßiger Anpassung und geben Sie den mengenmäßigen Definitionsbereich an.***
    $K=7{,}2x^3 - 300{,}96x^2 + 7228{,}8x + 21.000$; $0 \leq x \leq 14.400$
12. ***Ermitteln Sie das Betriebsminimum und das Grenzkostenminimum.***
    Betriebsminimum: $\lambda = 20{,}9$; $x = 7.524$; $k_v = 11{,}3438$
    Grenzkostenminimum: $\lambda = 13{,}93$; $K' = 8{,}44$

Übungsaufgabe 5

Ein Unternehmen kann bei Grundbereitschaftskosten in Höhe von 150.000,00 €seine Beschäftigung in 3 verschiedenen Intervallen anpassen. Für die Maschinen, die in den Intervallen 2 und 3 eingesetzt werden wurden die Optimalintensität und die minimalen Stückkosten bereits ermittelt. Für das Intervall 1 müssen die entsprechenden Werte noch berechnet werden. Für Maschine 1 liegen die folgenden Daten vor:

Faktor	**Verbrauchsfunktion**	**Faktorpreis**
Rohstoff	$v_1 = 4$	$p_1 = 3{,}50$
Akkordarbeit	$v_2 = 5$	$p_2 = 0{,}50$
Energie	$v_3 = 0{,}2\lambda^2 - 6{,}3\lambda + 45$	$p_3 = 0{,}12$
Wartung	$v_4 = 0{,}02\lambda + 0{,}02$	$p_4 = 0{,}40$

1. ***Ermitteln Sie die aggregierte monetäre Verbrauchsfunktion.*** ***(3 Stellen)***
   $kv=0{,}024\lambda^2-0{,}748\lambda+29{,}228$
2. ***Errechnen Sie die Optimalintensität*** ***(Intensitätsvariation = 1).*** 16
3. ***Errechnen Sie die minimalen Stückkosten*** ***(2 Stellen).*** 23,40

Für die Intervalle liegen die folgenden Daten vor:

	Intervall 1	Intervall 2	Intervall 3
Intervallfixe Kosten	20.000 €	25.000 €	32.000 €
Optimalintensität	? Stück/Std	22 Stück/Std	28 Stück/Std
Laufzeitfaktor	0,8	0,85	0,9
variable Stückkosten	?	21,00 €	17,50 €

Die Normalarbeitszeit in jedem Intervall beträgt 300 Std. Der Absatzpreis beträgt 40,00 €.

4. ***Ermitteln Sie das Betriebsergebnis bei Vollauslastung der Kapazität.*** 113.434,00 €

Durch einen Nachfragerückgang können nur noch 12.000 Stück abgesetzt werden. Die Unternehmensleitung diskutiert drei Alternativen für die notwendige Anpassung:

Alternative 1: Verkauf von Maschine 1 und Vollauslastung von Maschine 3

Alternative 2: Stilllegung von Maschine 1 und Vollauslastung von Maschine 2

Alternative 3: Die Intensität der Maschine 3 wird bei zeitlicher Vollauslastung (unter Berücksichtigung des Laufzeitfaktors) auf 35 Stück/Std erhöht. Dadurch steigen die variablen Stückkosten auf 20,00 €. Maschine 1 wird stillgelegt.

5. ***Berechnen Sie das Betriebsergebnis für die einzelnen Alternativen.***
   Alternative 1: 47.460,00 €
   Alternative 2: 24.520,00 €
   Alternative 3: 10.450,00 €

6. ***Begründen Sie das Zustandekommen der unterschiedlichen Ergebnisse.***
   Fixkostendegression, variable Kosten, …

Literatur

Haberstock, Lothar u. Breithecker Volker: Kostenrechnung II, 9. Auflage, Duisburg 2004
Gutenberg, Erich: Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Band 1 – Die Produktion, 20. Auflage, Berlin, Heidelberg, New York 1973
Wenz, Edgar: Kosten- und Leistungsrechnung mit einer Einführung in die Kostentheorie, Herne/Berlin 1992
Das Beispiel „Produktion von Kunststoffschlauch“ ist dem o.a. Werk von Lother Haberstock entnommen. Weitere Beispiele sind von Autor selbst an der BBS Wirtschaft Bad Kreuznach und von Kolleginnen und Kollegen der BBS Wirtschaft Koblenz erstellt.

Weitere Materialien: http://www.guenter-schwindt.de/produktionsfunktion.htm
http://www.guenter-schwindt.de/LPProF.htm (Test)